

	on of the diffusivit	ty of chlor	ide ions in concrete based on tests in	1
electric field	l			
Iorzy WVD	W AF			
Zasada wzaj	emności w elektros	strvkcii		
Reciprocity	principle of electros	striction		
Stefania (	GRZESZCZYK,	Elżbieta	JANOWSKA-RENKAS. Jolanta	
KOWALSH	KA		,	
Właściwośc	i reologiczne popio	łów lotnycł	n z kotłów fluidalnych	
Kneological	properties of fluidi	zed bed bo	ilers fly ash	
Tomasz KR	YKOWSKI			
Sześcioskłac	lnikowy model deg	radacji żelł	betu w warunkach korozji chlorkowej	
Six compon	ent model of reinfo	orced concr	ete degradation in the case of chloride	•
corrosion				
Mariusz CZ Analiza eks	Z <b>ABAK, Zbigniew</b> perymentalna sztyv	PERKOV wności złąd	/ <b>SKI</b> cz w drewniano-żelbetowych belkach	
<b>Mariusz CZ</b> Analiza eks zespolonych Experimenta natural frequ	<b>ZABAK, Zbigniew</b> perymentalna sztyw na podstawie drgar analysis of stiffn encies	PERKOW wności złą ń własnych ess connec	/ <b>SKI</b> cz w drewniano-żelbetowych belkach tion in wood-concrete beam based on	·····/·
Mariusz CZ Analiza eks zespolonych Experimenta natural frequ	<b>ZABAK, Zbigniew</b> perymentalna sztyv na podstawie drgan analysis of stiffn nencies	PERKOW wności złą ń własnych ess connec	V <b>SKI</b> cz w drewniano-żelbetowych belkach tion in wood-concrete beam based on	
Mariusz CZ Analiza eks zespolonych Experimenta natural frequ Martin HR	<b>ZABAK, Zbigniew</b> perymentalna sztyw na podstawie drgar analysis of stiffn iencies	PERKOW wności złą ń własnych ess connec	V <b>SKI</b> cz w drewniano-żelbetowych belkach tion in wood-concrete beam based on	
Mariusz CZ Analiza eks zespolonych Experimenta natural frequ Martin HR Posúdenie geologickýc	<b>ZABAK, Zbigniew</b> perymentalna sztyw na podstawie drgar al analysis of stiffn iencies <b>OMADA</b> stability hlbokej h podmienkach	PERKOW wności złą ń własnych ess connec šachty p	V <b>SKI</b> cz w drewniano-żelbetowych belkach tion in wood-concrete beam based on postavenej v zložitých inžiniersko	
Mariusz CZ Analiza eks zespolonych Experimenta natural frequ Martin HRQ Posúdenie geologickýci Stability ass	<b>ZABAK, Zbigniew</b> perymentalna sztyw na podstawie drgar analysis of stiffn nencies <b>OMADA</b> stability hlbokej h podmienkach essment of deep sl	PERKOW wności złą ń własnych ess connec šachty p haft built i	V <b>SKI</b> cz w drewniano-żelbetowych belkach tion in wood-concrete beam based on postavenej v zložitých inžiniersko n complicated geological engineering	
Mariusz CZ Analiza eks zespolonych Experimenta natural frequ Martin HR Posúdenie geologickýci Stability ass conditions	<b>ZABAK, Zbigniew</b> perymentalna sztyv na podstawie drgau il analysis of stiffn iencies	PERKOW wności złą ń własnych ess connec šachty p haft built i	V <b>SKI</b> cz w drewniano-żelbetowych belkach tion in wood-concrete beam based on postavenej v zložitých inžiniersko n complicated geological engineering	
Mariusz CZ Analiza eks zespolonych Experimenta natural frequ Martin HRQ Posúdenie geologickýci Stability ass conditions	<b>ZABAK, Zbigniew</b> perymentalna sztyw na podstawie drgar analysis of stiffn nencies	PERKOW wności złą ń własnych ess connec šachty p haft built i	V <b>SKI</b> cz w drewniano-żelbetowych belkach tion in wood-concrete beam based on postavenej v zložitých inžiniersko n complicated geological engineering	
Mariusz CZ Analiza eks zespolonych Experimenta natural frequ Martin HRQ Posúdenie geologickýci Stability ass conditions .	<b>ZABAK, Zbigniew</b> perymentalna sztyv na podstawie drgar il analysis of stiffn iencies	PERKOW wności złą ń własnych ess connec šachty p haft built i	V <b>SKI</b> cz w drewniano-żelbetowych belkach tion in wood-concrete beam based on postavenej v zložitých inžiniersko n complicated geological engineering	
Mariusz CZ Analiza eks zespolonych Experimenta natural frequ Martin HRQ Posúdenie geologickýci Stability ass conditions Kamila KO Seismic ana	ZABAK, Zbigniew perymentalna sztyw na podstawie drgar analysis of stiffn tencies OMADA stability hlbokej h podmienkach essment of deep sl TRASOVÁ lysis of rectangula	PERKOW wności złą ń własnych ess connec šachty p haft built i	V <b>SKI</b> cz w drewniano-żelbetowych belkach tion in wood-concrete beam based on postavenej v zložitých inžiniersko n complicated geological engineering comparative of malhotra and housner	
Mariusz CZ Analiza eks zespolonych Experimenta natural frequ Martin HRQ Posúdenie geologickýci Stability ass conditions . Kamila KO Seismic ana models	<b>ZABAK, Zbigniew</b> perymentalna sztyv na podstawie drgar analysis of stiffn encies	PERKOW wności złą ń własnych ess connec šachty p haft built i	V <b>SKI</b> cz w drewniano-żelbetowych belkach tion in wood-concrete beam based on postavenej v zložitých inžiniersko n complicated geological engineering comparative of malhotra and housner	
Mariusz CZ Analiza eks zespolonych Experimenta natural frequ Martin HRQ Posúdenie geologickýci Stability ass conditions Kamila KO Seismic ana models	<b>ZABAK, Zbigniew</b> perymentalna sztyw na podstawie drgar analysis of stiffn nencies <b>OMADA</b> stability hlbokej h podmienkach essment of deep sl <b>TRASOVÁ</b> lysis of rectangula	PERKOW wności złą ń własnych ess connec šachty p haft built i	V <b>SKI</b> cz w drewniano-żelbetowych belkach tion in wood-concrete beam based on postavenej v zložitých inžiniersko n complicated geological engineering comparative of malhotra and housner	
Mariusz CZ Analiza eks zespolonych Experimenta natural frequ Martin HRC Posúdenie geologickýci Stability ass conditions . Kamila KO Seismic ana models	<b>ZABAK, Zbigniew</b> perymentalna sztyw na podstawie drgan analysis of stiffn nencies	PERKOW wności złą ń własnych ess connec šachty p haft built i	VSKI cz w drewniano-żelbetowych belkach tion in wood-concrete beam based on postavenej v zložitých inžiniersko n complicated geological engineering comparative of malhotra and housner	
Mariusz CZ Analiza eks zespolonych Experimenta natural frequ Martin HR Posúdenie geologickýc Stability ass conditions Kamila KO Seismic ana models Andrzej KU	<b>ZABAK, Zbigniew</b> perymentalna sztyv na podstawie drgar il analysis of stiffn rencies	PERKOW wności złą ń własnych ess connec šachty p haft built i r tanks – o watych w	V <b>SKI</b> cz w drewniano-żelbetowych belkach tion in wood-concrete beam based on postavenej v zložitých inžiniersko n complicated geological engineering comparative of malhotra and housner układach warstwowych – badania	

ROCZNIKI INŻYNIERII BUDOWLANEJ – ZESZYT 13/2013 Komisja Inżynierii Budowlanej Oddział Polskiej Akademii Nauk w Katowicach

# ANALIZA EKSPERYMENTALNA SZTYWNOŚCI ZŁĄCZ W DREWNIANO-ŻELBETOWYCH BELKACH ZESPOLONYCH NA PODSTAWIE DRGAŃ WŁASNYCH

# Mariusz CZABAK, Zbigniew PERKOWSKI Politechnika Opolska, Opole

# 1. Wprowadzenie

Obecnie w inżynierii lądowej bardzo dużego znaczenia nabierają prace naukowe poświęcone nieniszczącym metodom diagnostycznym konstrukcji z uwagi na wzrastające wymogi, zarówno w zakresie kontroli jakości wykonania nowych jak i oceny stanu technicznego istniejących budynków i budowli. Metody te pozwalają szacować parametry mechaniczne (np. sztywność) konstrukcji na podstawie nieinwazyjnych pomiarów różnych wielkości fizycznych pośrednio z nimi związanych. Powszechnie wykorzystuje się w tym zakresie analizę czasów propagacji i tłumienia fal ultradźwiękowych w materiałach oraz analizę częstości drgań swobodnych lub aktywne i pasywne badania termowizyjne całości obiektów budowlanych lub ich elementów.

W nawiązaniu do tej tematyki, w niniejszym artykule, omówiono przyczynkowy eksperyment, mający na celu wyznaczenie sztywności na ścinanie złącza warstw zespolonej belki drewniano-żelbetowej w oparciu o pomiary częstości jej drgań swobodnych. Dotychczas w literaturze można znaleźć wiele danych w tym zakresie odnośnie konstrukcji stalowo-żelbetowych (np. [4]), lecz nie w przypadku układów drewniano-żelbetowych. Należy także wspomnieć że znajomość sztywności na ścinanie złącza międzywarstwowego w belkach zespolonych jest bardzo istotna z projektowego punktu widzenia, gdyż jej wartość decyduje w sposób zasadniczy o zachowaniu zarówno stanu granicznego nośności jak i użytkowania tego typu ustrojów prętowych (np. [1]).

# 2. Badania laboratoryjne

Badania zostały przeprowadzone na specjalnie do tego celu wykonanej zespolonej belce drewniano-żelbetowej o długości 350cm i przekroju poprzecznym żebra drewnianego ~ 10cm x 20cm oraz płyty betonowej ~5cm x 30cm (rys. 1b i 2). Żebro i płytę połączono stalowymi wkrętami 8mm x 100mm o średnicy 5,5mm i rozstawie jak na rys. 2. Dodatkowo, w celu określenia modułu Younga wzdłuż włókien żebra drewnianego, przeprowadzono pomiary drgań belki o długości 350cm i przekroju ~10cm x 20cm (rys. 1a), wykonanej z tej samej partii drewna co żebro belki zespolonej. Element wykonany został w sposób umożliwiający określenie sztywności złącza z pominięciem tarcia żebra drewnianego o płytę betonową, tj. oba elementy oddzielono dwiema warstwami folii. Po 28 dniach od wykonania belki przeprowadzono za pomocą podłączonych do oscyloskopu akcelerometrów (rys. 3) pomiary jej drgań swobodnych, które wzbudzano pojedynczymi uderzeniami młotkiem. Prezentowany na rys. 3 schemat statyczny układu z podporami podatnymi w kierunku pionowym jest zabiegiem mającym na celu efektywne uwzględnienie faktu (w możliwe najbardziej prosty sposób), że deformacje belki w pobliżu podpór z powodu bardzo małej sztywności drewna w poprzek włókien mogą wpływać znacząco na wartości częstości drgań. Podobnie przyjęto również model belki drewnianej.



Rys. 3. Założony schemat statyczny belki zespolonej. Fig. 3. The assumed static scheme of the composite beam.

Po analizie fourierowskiej otrzymanych akcelerogramów wyznaczono następujące wartości częstotliwości drgań swobodnych belki zespolonej:  $f_1=27,4$  Hz,  $f_2=72,7$  Hz. W identyczny sposób przebadano belkę drewnianą, uzyskując średnie wartości częstości:  $f_1=34,6$  Hz,  $f_2=116,1$  Hz. Równolegle określono również wytrzymałość na ściskanie użytego betonu na pobranych przy wykonywaniu płyty belki 6 próbkach kostkowych, gdzie uzyskano po 28 dniach średnią wartość ~62 MPa. Z kolei ułamki tłumienia pierwszych postaci drgań nie przekraczały wartości 0,048 w obydwóch przypadkach.

#### 3. Matematyczny opis zagadnienia

Poniższy układ równań opisuje zależności pomiędzy parametrami geometrycznofizycznymi, obciążeniami, a szukanymi przemieszczeniami osi warstw liniowo-sprężystej belki zespolonej przy uwzględnieniu ich poślizgu w kontakcie (por. [2,3]):

$$\begin{cases} w^{IV} (E_{(1)}I_{(1)} + E_{(2)}I_{(2)}) - ke^2 w^{II} + keu_{(1)}^I - keu_{(1)}^I - keu_{(2)}^I = -q - \mu \ddot{w} \\ kew^I + E_{(1)}A_{(1)}u_{(1)}^{II} - ku_{(1)} + ku_{(2)} = \mu_{(1)}\ddot{u}_{(1)} \\ - kew^I + ku_{(1)} + E_{(2)}A_{(2)}u_{(2)}^{II} - ku_{(2)} = \mu_{(2)}\ddot{u}_{(2)}. \end{cases}$$
(1)

Następnie, wykorzystując metodę różnic skończonych do dyskretyzacji zagadnienia opisanego układem równań (1) i przy uwzględnieniu warunków brzegowych (por. rys. 3):

$$u'_{(1)}(x=0) = u'_{(1)}(x=l) = 0, \ u'_{(2)}(x=0) = u'_{(2)}(x=l) = 0,$$
  

$$T(x=0) = -k_V w(x=0), \ T(x=l) = k_V w(x=l), \ w''(x=0) = w''(x=l) = 0,$$
(2)

napisano własny program komputerowy w środowisku Matlaba, umożliwiający analizę zagadnienia własnego. Korzystając z tego programu rozwiązano zadanie odwrotne, polegające na znalezieniu za pomocą metody uporządkowanego przeszukiwania dziedziny minimum funkcji błędów względnych pomiędzy mierzonymi i obliczanymi modelowo częstościami drgań własnych belek. Funkcja ta zależna była od modułu Younga drewna wzdłuż włókien i sztywności podpór w pionie w przypadku belki drewnianej oraz sztywności na ścianie złącza i również sztywności podpór w pionie w przypadku belki zespolonej, tj. odpowiednio:

$$F(E,k_{V}) = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{f_{i(\text{pomiar})} - f_{i(\text{model})}(E,k_{V})}{f_{i(\text{pomiar})}} \right| \quad \text{i} \quad F(k,k_{V}) = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{f_{i(\text{pomiar})} - f_{i(\text{model})}(k,k_{V})}{f_{i(\text{pomiar})}} \right|.$$
(3)

# 4. Wyniki

W wyniku minimalizacji funkcji (3<sub>1</sub>) przy n=2 uzyskano, że belka drewniana ma dynamiczny moduł Younga wzdłuż włókien E=15,6[GPa] i sztywność pionową podpór  $k_V=7\cdot10^6$  [N/m]. Następnie w oparciu o wzory empiryczne wg [5] i pomiary wytrzymałości na ściskanie oszacowano dynamiczny moduł Younga betonu na poziomie 39[GPa]. Dane te pozwoliły na wyznaczenie minimum funkcji (3<sub>2</sub>) przy n=2 w przypadku sztywności na ścinanie złącza międzywarstwowego  $k=1,9\cdot10^8$  N/m<sup>2</sup> i sztywności pionowej podpór  $k_V=1.02\cdot10^7$  N/m. Poglądowo na rys. 4 wykreślona została funkcja błędu (3<sub>2</sub>) w przedziałach wartości branych pod uwagę.



#### 4. Wnioski

Wyniki omówionego eksperymentu pozwalają wstępnie wysnuć dwa zasadnicze wnioski:

1) Analiza częstości drgań własnych belki drewniano-żelbetowej w oparciu o model sprężystego pręta dwuwarstwowego z poślizgiem warstw pozwala wiarygodnie oszacować sztywność na ścinanie złącza między płytą betonową a dolnym żebrem drewnianym, o ile znane są moduły Younga drewna i betonu.

2) Nieuwzględnienie deformacji od sił poprzecznych w strefach podporowych belek drewniano-żelbetowych, z uwagi na bardzo małą sztywność drewna w poprzek włókien, doprowadzić może do niedoszacowania wartości sztywności na ścinanie złącza.

#### Oznaczenia symboli

- s poślizg miedzy warstwami, interlayer slip [m];
- u<sub>(i)</sub> przemieszczenie poziome w osi *i*-tej warstwy, horizontal displacement of centre line of the *i*-th layer [m];
- $e = \frac{1}{2}(h_{(1)} + h_{(2)})$  gdzie  $h_{(i)}$  to wysokość *i*-tej warstwy, where  $h_{(i)}$  is a height of the *i*-th layer [m];
- *w* przemieszczenie pionowe elementu, vertical displacement of element [m];
- k sztywność złącza na ścinanie, shear stiffness of connection [N/m<sup>2</sup>];
- $k_V$  sztywność podpory, support stiffness [N/m];
- $E_{(i)}, I_{(i)}, A_{(i)}, \mu_{(i)}$  –moduł Younga, Young modulus [Pa], moment bezwładności, moment of inertia [m<sup>4</sup>], pole przekroju, cross-sectional area [m<sup>2</sup>], i liniowa gęstość *i*-tej warstwy, and linear density of the *i*-th layer [kg/m];
- $f_i i$ -ta częstotliwość drgań własnych, the *i*-th natural frequency [Hz];

# Literatura

- [1] Godycki-Ćwirko T., Kleszczewski J., Pawlica J., Wzmacnianie stropów na belkach drewnianych przez ich zespolenie z płytą żelbetową, Tom I, PWN, Warszawa 2006
- [2] Kuczma B., Kuczma M. Badania doświadczalne i modelowanie klejonych stalowobetonowych belek zespolonych, Rzeszów: ZN Politechniki Rzeszowskiej, 283, Bud. i Inżynieria Środowiska, 59 (3/2012/II), 2012
- [3] Perkowski Z., Czabak M., Gozarska K.: Estimation of shear stiffness of interlayer connection in two-layer composite beams based on an analysis of natural frequencies, Communications – Scientific Letters of the University of Żylina, 2013
- [4] Wróblewski T., Pełka-Sawenko A., Abramowicz M., Berczyński S. Modeling And Analysis Of Free Vibration of Steel-Concrete Composite Beams by Finite Element Method, 85-96, Advances in manufacturing science and technology Vol. 36, No. 4, 2012
- [5] Neville A.M.: Właściwości betonu, Polski Cement, Karków, 2012

# EXPERIMENTAL ANALYSIS OF STIFFNESS CONNECTION IN WOOD-CONCRETE BEAM BASED ON NATURAL FREQUENCIES

#### Summary

The article presents advantages offered by the modal analysis in diagnostics of woodconcrete composite beams. It enables estimating stiffness of a sheared connection between a wooden rib and concrete slab of beam and vertical stiffness of supports if the other mechanical properties of beam are known. The presented considerations are supported by the experimental results obtained for the full scale beam.